Résumé de l'habilitation à diriger des recherches

soutenue le **23 Novembre 2018**
par **Célia JEAN-ALEXIS**
Maître de conférences en mathématiques
Laboratoire LAMIA,
Université des Antilles
Département de Mathématiques et Informatique
Campus de Fouillole, F–97110 Pointe–à–Pitre, France.

Quelques avancées récentes en analyse multivoque

Résumé. Mes travaux de recherche portent sur l'analyse multivoque (cas lisse et non-lisse), l'analyse variationnelle, l'optimisation multivoque théorique et pratique. Les inclusions variationnelles modélisent une grande variété de problèmes mathématiques tels que les problèmes de complémentarité linéaires ou non-linéaires (par exemple les problèmes d'équilibre), les inégalités variationnelles, les conditions d'optimalité ou les problèmes de faisabilité en optimisation. Elles apparaissent également naturellement dans de nombreux problèmes issus de disciplines telles que l'économie (pour traiter des problèmes d'équilibre de Nash ou de Walras) ou encore l'ingénierie (pour les problèmes d'analyse de structures électrostatique, problèmes de transport).
Des méthodes numériques ont été proposées pour résoudre les inclusions de la forme $0 \in F(x)$ dans des cadres bien précis tels que celui des opérateurs monotones ou celui des opérateurs accrétifs ; cependant, la maximale monotonie et la théorie des opérateurs accrétifs restent des hypothèses dont certains opérateurs ne disposent pas ce qui restreint le champ d'application des résultats obtenus. C'est la raison pour laquelle je m'intéresse aux inclusions variationnelles dont la partie multivoque possède des propriétés de régularité métrique tout en prenant soin d'examiner différentes perturbations d'applications multivoques (cas lisse, cas non lisse...) et plusieurs types d'environnements (dimension finie, espaces de Banach généraux, variétés Riemanniennes). Les derniers travaux en date sur cette thématique concernent le cadre riemannien et sont le fruit d'une collaboration avec un chercheur de l'université de Goias au Brésil.
J'ai également étudié les propriétés d'un concept plus faible de régularité métrique à savoir la sous-régularité métrique à l'ordre q pour laquelle différentes caractérisations

ont été développées ainsi qu'une méthode de résolution d'inclusions variationnelles. De même, un concept de semistabilité, directement relié à la solution de l'inclusion et demandant une analyse différente, a été étudié.

J'ai également mené des études plus théoriques sur les applications multivoques, j'ai débuté par certaines propriétés de différentiabilité. C'est ainsi que je me suis intéressée à la notion de prédérivée, introduite par Ioffe et développée par Pang puis par une petite équipe au sein de mon laboratoire. Avec ce concept, nous avons établi un théorème d'inverse pour les applications multivoques, résultat bien connu dans le cadre univoque, qui vient compléter voire améliorer les résultats existants dans le cadre multivoque. Ensuite, mes activités se sont portées sur les problèmes d'optimisation multivoque sans contraintes en proposant des résultats de stabilité pour les minimiseurs d'un problème de minimisation dans le cadre d'une collaboration avec un chercheur de l'université de Varna en Bulgarie. Par ailleurs, des conditions d'optimalité pour les minimiseurs de problèmes d'optimisation multivoque ont été définies lorsque la fonction objectif admet une prédérivée. Cette dernière thématique, récente, est en pleine expansion. Elle possède des applications en économie, en médecine et le champ des questions à étudier est à ce jour très large. A titre d'exemple, l'établissement de conditions d'optimalité pour des problèmes d'optimisation avec contraintes faisant intervenir le concept de prédérivabilité ou l'étude du comportement asymptotique de minimiseurs de problèmes d'optimisation via l'approche ensembliste sont des recherches que j'envisage de mener. C'est dans cette optique que s'inscrivent les objectifs de ma future thématique de recherche.